הסתברות

מצגת הסבר – עץ, טבלה והסתברות מותנית

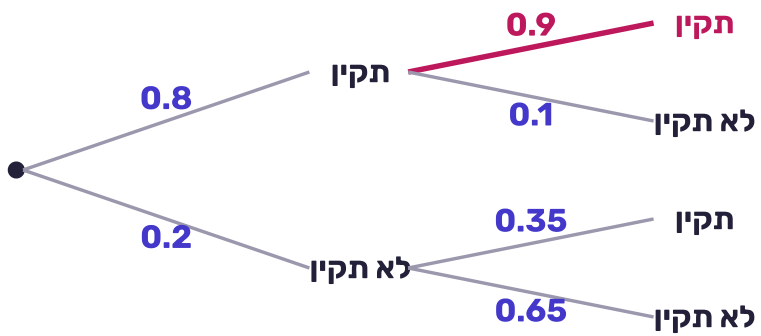
מתמטיקה 4 יח״ל | שאלון 35471 | תכנית חדשה

האתר נבנה ע״י עדי והבינה

מה נלמד?

בבחינה זו בדרך כלל **שאלה 3**. הכלים שחוזרים בכל מועד:

1. **עץ הסתברויות** – ניסוי בשלבים
2. **טבלה דו־ממדית** – שתי תכונות (בן/בת, יש/אין)
3. **מאורע משלים** – „לפחות אחד"
4. **הסתברות מותנית** – „ידוע ש…"
5. **הוצאה בלי החזרה** ומספר צפוי מתוך כמות



עץ מתוך בגרות קיץ תשפ"ו מועד ב׳

מושגים בסיסיים

מאורע משלים

$\bar{A}$ = „A לא קרה".

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

„לפחות אחד" = 1 פחות „אף אחד".

חיתוך $A \cap B$

שני המאורעות קרו **יחד** („וגם").

אם A מוכל ב־B, אז $P(A \cap B) = P(A)$.

מאורעות בלתי תלויים

קרות האחד לא משנה את ההסתברות של השני.

בלי החזרה

אחרי כל הוצאה – **גם** המונה **וגם** המכנה קטנים ב־1.

$$\frac{180}{250} \cdot \frac{70}{249}$$

הנוסחאות מהנוסחאון

נוסחאון • הסתברות מותנית

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

„ההסתברות ש־A קרה, **בהינתן** ש־B קרה"

נוסחאון • מאורעות בלתי תלויים

הסתברות של A וגם B כאשר A ו־B הם מאורעות בלתי תלויים:

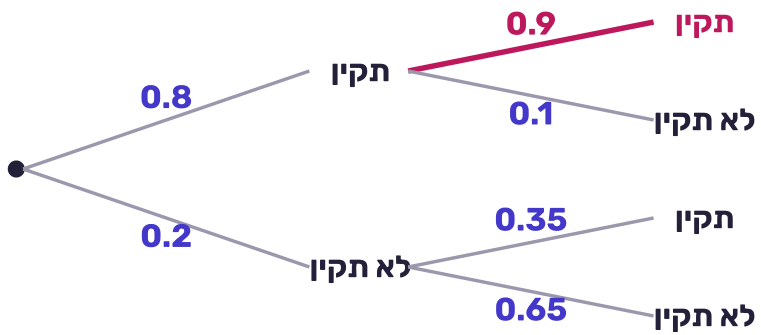
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

לזכור (לא בנוסחאון): מאורע משלים $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, וכפל לאורך מסלול בעץ.

עץ הסתברויות

1. כל שלב בניסוי = **פיצול** בעץ. על כל ענף – ההסתברות.
2. הענפים שיוצאים מאותה נקודה – **סכומם 1**.
3. הסתברות של מסלול = **כפל** לאורכו.
4. כמה מסלולים מתאימים – **מחברים**.

ההסתברות על ענף בשלב השני כבר **מותנית**: „תקין בבדיקה השנייה, **אם** היה תקין בראשונה" = 0.9.



תקין בשתי הבדיקות (המסלול המודגש):

$$0.8 \cdot 0.9 = 0.72$$

טבלה דו־ממדית

1. שורות – תכונה אחת, עמודות – התכונה השנייה.
2. בכל תא – הסתברות של **חיתוך**, למשל $P(B \cap L)$.
3. שורת „סה"כ" ועמודת „סה"כ" – סכומים. בפינה: 1.
4. משלימים תא חסר בחיסור מהסה"כ.

הסתברות מותנית מהטבלה: התא של החיתוך חלקי הסה"כ של מה **שידוע**.

	רישיון L	אין רישיון $\bar{L}$	סה"כ
בנים B	0.125	0.25	0.375
בנות G	0.125	0.5	0.625
סה"כ	0.25	0.75	1

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 3

הסתברות מותנית – שלב אחרי שלב

1. **מגדירים מאורעות** במילים: A – ..., B – ...
2. מזהים מה **ידוע** (זה B, אחרי „ידוע ש...") ומה **מבוקש**.
3. כותבים את הנוסחה: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
4. מחשבים $P(B)$ ו־$P(A \cap B)$ (מהעץ או מהטבלה).
5. **מציבים** ומחשבים.

מילים שמסמנות מותנית

„ידוע ש..."

„בהינתן ש..."

„מבין אלה ש..."

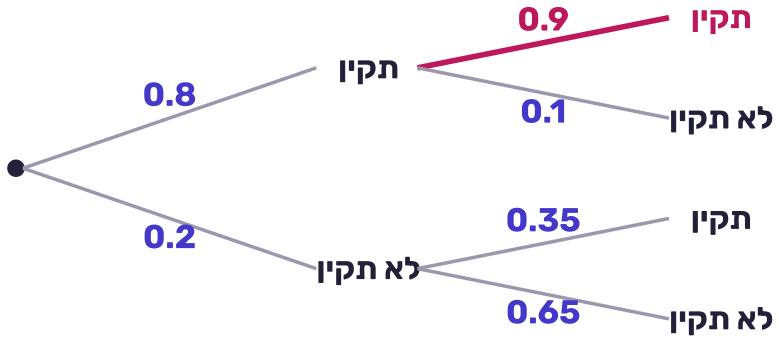
„אם ... , מה ההסתברות ש..."

„מבין המתנדבים $\frac{3}{5}$ בנות" זו כבר הסתברות מותנית: $P(G/V) = \frac{3}{5}$.

שאלת בגרות פתורה – העץ (א, ב)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

כל מחשב נבדק בשתי בדיקות. בראשונה 80% תקינים. אם נמצא תקין בראשונה – ההסתברות שיימצא תקין בשנייה 0.9. אם לא נמצא תקין בראשונה – 0.35.



א תקין **בדיוק** באחת הבדיקות:

$$0.8 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.35 = 0.08 + 0.07 = 0.15$$

ב תקין **לפחות** באחת הבדיקות – דרך המשלים („אף פעם לא תקין"):

$$1 - 0.2 \cdot 0.65 = 1 - 0.13 = 0.87$$

שאלת בגרות פתורה – הסתברות מותנית (ג)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

רק מחשב שנמצא תקין בשתי הבדיקות מועבר למכירה. ידוע שהמחשב נמצא תקין לפחות באחת הבדיקות. מה ההסתברות שהועבר למכירה?

A – המחשב הועבר למכירה (תקין בשתיהן).

B – המחשב תקין לפחות באחת הבדיקות.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

A מוכל ב־B, ולכן:

$$P(A \cap B) = P(A) = 0.72$$

מסעיף ב:

$$P(B) = 0.87$$

נציב:

$$P(A/B) = \frac{0.72}{0.87} = \frac{24}{29} \approx 0.828$$

שאלת בגרות פתורה – כמות ובלי החזרה (ד, ה)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

ד במחזור יוצרו 250 מחשבים. כמה הועברו למכירה?

$$250 \cdot 0.72 = 180$$

כלומר $250 - 180 = 70$ מחשבים לא הועברו.

ה בוחרים שני מחשבים בזה אחר זה, **בלי החזרה**. מה ההסתברות שבדיוק אחד הועבר למכירה?

הראשון כן והשני לא, **או** להפך:

$$\frac{180}{250}\cdot\frac{70}{249}+\frac{70}{250}\cdot\frac{180}{249}$$

$$=\frac{25{,}200}{62{,}250}=\frac{168}{415}\approx 0.405$$

עוד שאלת בגרות – טבלה ומותנית

בגרות חורף תשפ"ה (2025) • שאלה 3

לשליש מהבנים יש רישיון נהיגה. ההסתברות לבחור בן **בלי** רישיון היא 0.25. ההסתברות לבחור בן עם רישיון שווה להסתברות לבחור בת עם רישיון.

B – התלמיד הוא בן

L – יש לתלמיד רישיון

א

$$P(B)\cdot\frac{2}{3}=0.25\ \Rightarrow\ P(B)=0.375$$

37.5% מהתלמידים בנים.

ב ידוע שלתלמיד אין רישיון. מה ההסתברות שזה בן?

$$P(B/\bar{L})=\frac{P(B\cap L)}{P(\bar{L})}=\frac{0.25}{0.75}=\frac{1}{3}$$

	L	$\bar{L}$	סה"כ
B	0.125	0.25	0.375
G	0.125	0.5	0.625
סה"כ	0.25	0.75	1

ג. בשכבה 69 בנים:

$$0.375\cdot N=69\ \Rightarrow\ N=184$$

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. „בדיוק אחד" – **שני** מסלולים: כן־לא **וגם** לא־כן.
2. „לפחות אחד" – הכי קצר דרך המשלים.
3. בלי החזרה – המכנה קטן ב־1 בכל הוצאה.
4. במותנית: מחלקים ב־P של מה **שידוע**, לא של המבוקש.
5. תמיד להגדיר את המאורעות במילים לפני הנוסחה.
6. הסתברות יצאה גדולה מ־1 או שלילית? יש טעות.

בדיקה עצמית

בשקית 3 כדורים אדומים ו־2 כחולים. מוציאים שני כדורים בזה אחר זה, בלי החזרה.

1. מה ההסתברות ששניהם אדומים?
2. מה ההסתברות שהכדורים בצבעים שונים?
3. ידוע שהכדורים בצבעים שונים. מה ההסתברות שהראשון אדום?
4. המאורעות A ו־B בלתי תלויים.
   $P(A)=0.4,\ \ P(B)=0.5$
   מהי $P(A\cap B)$?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\mathbf{0.3}$
2. $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\mathbf{0.6}$
3. A – הראשון אדום; S – צבעים שונים
   $P(A/S)=\frac{P(A\cap S)}{P(S)}=\frac{0.3}{0.6}=\mathbf{0.5}$
4. $0.4\cdot 0.5=\mathbf{0.2}$