התפלגות נורמלית

מצגת הסבר – ציון תקן וטבלת ההתפלגות הנורמלית

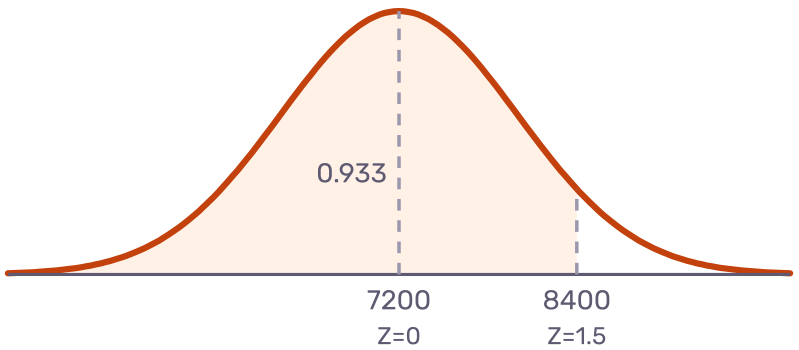
מתמטיקה 4 יח״ל | שאלון 35471 | תכנית חדשה

האתר נבנה ע״י עדי והבינה

מה נלמד?

בבחינה זו בדרך כלל **שאלה 1**. נתונים ממוצע $\bar{x}$ וסטיית תקן S (או שאחד מהם חסר).

1. כמה אחוזים **מתחת** / **מעל** / **בין** ערכים
2. מאחוז נתון – למצוא $\bar{x}$, S או ערך סף
3. מאחוז ומספר אנשים – לחשב את **מספר המשתתפים**
4. **להשוות** הישגים בעזרת ציון תקן



השטח מתחת לעקומה = אחוז מהאוכלוסייה

רעיונות מרכזיים

העקומה

- סימטרית סביב הממוצע $\bar{x}$.
- השטח כולו מתחתיה $= 1$ (כלומר 100%).
- חצי מהשטח משמאל לממוצע: $P(Z < 0) = 0.5$

ציון תקן Z

כמה סטיות תקן הערך רחוק מהממוצע.

$Z > 0$ ← מעל הממוצע. $Z < 0$ ← מתחתיו.

ציון תקן גבוה יותר = הישג **יחסי** טוב יותר.

הטבלה בנוסחאון נותנת תמיד את השטח **משמאל** ל־z, כלומר $P(Z < z)$. באתר מסמנים אותו גם $\Phi(z)$.

הנוסחאות מהנוסחאון

נוסחאון • ציון תקן

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

נוסחאון • התפלגות נורמלית

$$P(z > z_x) = 1 - P(z < z_x)$$

$$P(z > z_x) = P(z < -z_x)$$

$$P(z_1 < z < z_2) = P(z < z_2) - P(z < z_1)$$

ובנוסחאון גם **טבלת ההתפלגות הנורמלית**. בכל תא רשום $P(Z < z)$.

הטבלה מכסה את הערכים $-3.0 \le z \le 3.0$

איך קוראים את הטבלה?

1. **שורה** – עד הספרה הראשונה אחרי הנקודה (למשל 1.5).
2. **עמודה** – הספרה השנייה (למשל 2).
3. בתא: $P(Z < 1.52) = 0.936$

הפוך: נתון אחוז ← מחפשים אותו **בתוך** הטבלה, וקוראים את z מהשורה והעמודה.

דוגמאות מהטבלה

z	$P(Z < z)$
-0.32	0.375
0	0.5
0.5	0.692
1	0.841
1.5	0.933
1.6	0.945

שיטת הפתרון – שלב אחרי שלב

מחפשים אחוז

1. מסרטטים עקומה ומסמנים את השטח המבוקש.
2. מחשבים z לכל ערך.
3. שטח משמאל ← ישר מהטבלה.
   שטח מימין ← 1 פחות הערך בטבלה.
   שטח בין ← הפרש של שני ערכים.
4. מספר אנשים = אחוז · כמות כוללת.

נתון אחוז, מחפשים $\bar{x}$ או S

1. הופכים את האחוז לשטח **משמאל** (אם צריך: 1 פחות האחוז).
2. מוצאים בטבלה את z המתאים.
3. מציבים בנוסחה $z = \frac{x-\bar{x}}{S}$ ופותרים.
4. בודקים את הסימן: פחות מחצי משמאל ← $z < 0$.

שאלת בגרות פתורה – מוצאים את הממוצע (א, ב)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 1

מספר הצעדים היומי מתפלג נורמלית, $S = 800$. ל־37.5% מהמשתתפים פחות מ־6,944 צעדים. **א.** מהו הממוצע?

בטבלה: $P(Z < -0.32) = 0.375$

$$-0.32 = \frac{6944 - \bar{x}}{800}$$

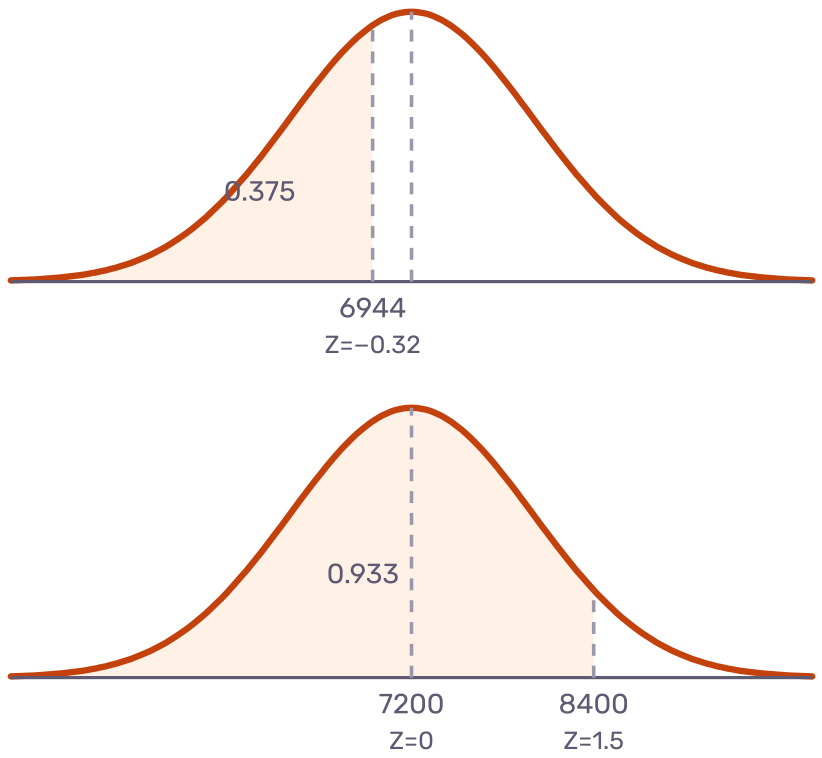
$$6944 - \bar{x} = -256 \Rightarrow \bar{x} = 7200$$

ב. כמה אחוזים הולכים **יותר** מ־8,400 צעדים?

$$z = \frac{8400 - 7200}{800} = 1.5$$

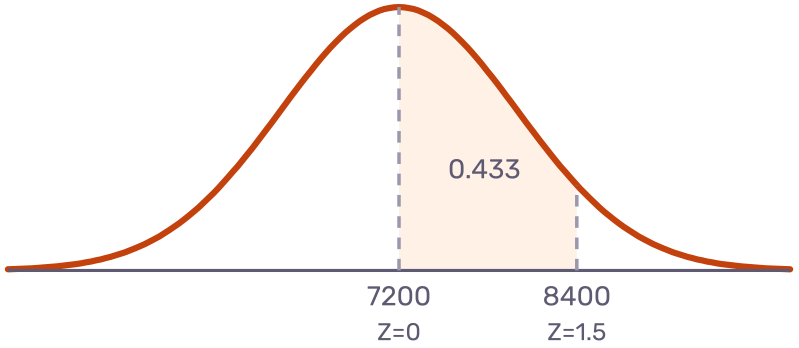
$$P(Z > 1.5) = 1 - 0.933 = 0.067$$

6.7% מהמשתתפים



שאלת בגרות פתורה – מספר המשתתפים (ג, ד)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 1



ג 14,722 משתתפים הלכו בין 7,200 ל־8,400 צעדים. כמה משתתפים היו?

$$P(0 < Z < 1.5) = 0.933 - 0.5 = 0.433$$

$$0.433 \cdot N = 14{,}722 \;\Rightarrow\; N = 34{,}000$$

ד לשרית 8,416 צעדים ו־9.28 שעות שינה. ציון התקן שלה זהה בשניהם. ממוצע השינה 7 שעות. מהי סטיית התקן של השינה?

$$z = \frac{8416 - 7200}{800} = 1.52$$

זה גם ציון התקן של שעות השינה:

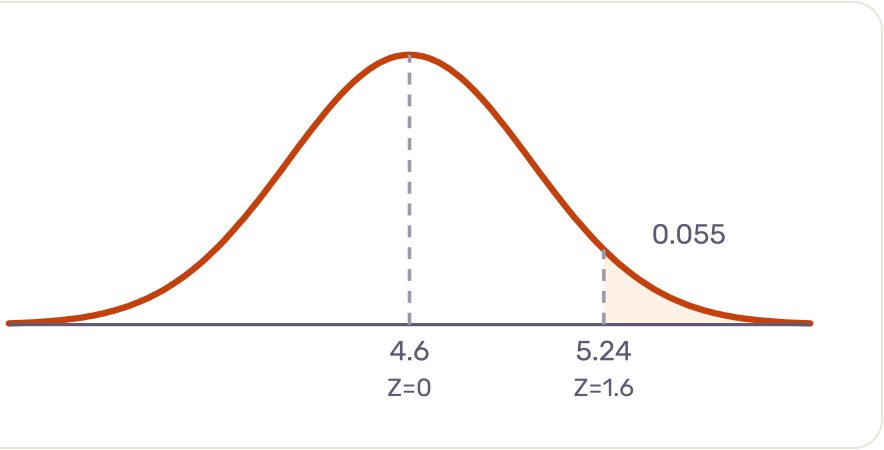
$$1.52 = \frac{9.28 - 7}{S} \;\Rightarrow\; S = 1.5$$

1.5 שעות

עוד שאלת בגרות – מוצאים את S (א, ב, ג)

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 1

מרחק הקפיצה לרוחק מתפלג נורמלית, הממוצע 4.6 מטר. ל־69.2% מהמשתתפים פחות מ־4.8 מטר.



א בטבלה: $P(Z<0.5)=0.692$

$$0.5=\frac{4.8-4.6}{S}\Rightarrow S=0.4$$

ב מדליה – מי שקפץ יותר מ־5.24 מטר. כמה אחוזים?

$$z=\frac{5.24-4.6}{0.4}=1.6$$

$$P(Z>1.6)=1-0.945=0.055$$

ג 11 משתתפים קיבלו מדליה. כמה השתתפו?

$$0.055\cdot N=11\Rightarrow N=200$$

השוואת הישגים בעזרת ציון תקן (ד)

בגרות קיץ תשפ"ה (2025) – מועד א' • שאלה 1

ספורטאי קפץ 5 מטר לרוחק ו־1.75 מטר לגובה. בקפיצה לגובה: ממוצע 1.5, סטיית תקן 0.2. באיזה ענף ההישג היחסי שלו טוב יותר?

לרוחק:

$$z = \frac{5 - 4.6}{0.4} = 1$$

לגובה:

$$z = \frac{1.75 - 1.5}{0.2} = 1.25$$

המסקנה

$1.25 > 1$ ← ההישג היחסי טוב יותר **בקפיצה לגובה**.

לא משווים מטרים במטרים – משווים **ציוני תקן**.

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. הטבלה = שטח **משמאל**. „יותר מ־" ← 1 פחות הערך בטבלה.
2. בחיפוש הפוך: אחוז קטן מ־50% משמאל ← z **שלילי**.
3. אחוז ← שבר עשרוני: 6.7% = 0.067.
4. „בין שני ערכים" ← הפרש של שני ערכי טבלה.
5. מספר אנשים = השבר כפול מספר המשתתפים. כשהמספר חסר – בונים משוואה.
6. תמיד לסרטט עקומה ולסמן את השטח – זה חוסך טעויות.

בדיקה עצמית

ציוני מבחן מתפלגים נורמלית: ממוצע 50, סטיית תקן 10.

1. כמה אחוזים קיבלו פחות מ־65?
2. כמה אחוזים קיבלו יותר מ־40?
3. כמה אחוזים קיבלו בין 40 ל־65?
4. ל־15.9% מהנבחנים ציון גבוה מ־a. מצאו את a.

מהטבלה:

$$P(Z<1.5)=0.933$$
$$P(Z<-1)=0.159$$
$$P(Z<1)=0.841$$

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $z=\frac{65-50}{10}=1.5$

$$P(Z<1.5)=0.933=\mathbf{93.3\%}$$

2. $z=\frac{40-50}{10}=-1$

$$1-0.159=0.841=\mathbf{84.1\%}$$

3. $0.933-0.159=0.774=\mathbf{77.4\%}$
4. השטח משמאל ל־a:

$$1-0.159=0.841$$

בטבלה: $z=1$

$$1=\frac{a-50}{10}\ \Rightarrow\ \mathbf{a=60}$$