גאומטרייה אנליטית

מצגת הסבר – ישרים, מרחקים ומעגל

מתמטיקה 4 יח"ל | שאלון 35471 | תכנית חדשה

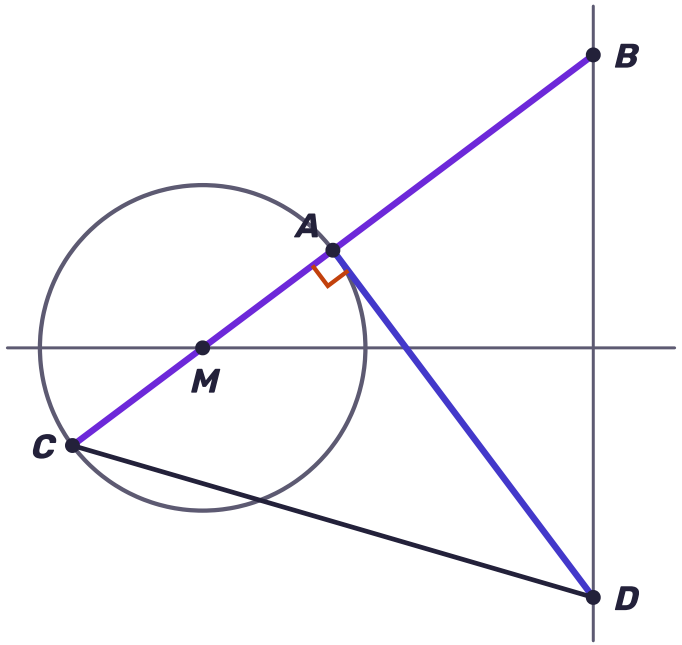
האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

בבחינה זו בדרך כלל **שאלות 4–5**. כמעט תמיד צריך:

1. שיפוע ו**משוואת ישר**
2. ישרים **מקבילים** ו**מאונכים**
3. **אמצע קטע** ו**אורך קטע**
4. נקודת **חיתוך** של שני ישרים
5. **משוואת מעגל** ומשיק למעגל

ולפעמים בסוף גם זווית, שטח או דמיון משולשים.



מתוך בגרות קיץ תשפ"ו מועד ב'

רעיונות מרכזיים

נקודה על ישר / על מעגל

מציבים את שיעורי הנקודה במשוואה.

נקודה על ציר ה־x ← מציבים $y = 0$

נקודה על ציר ה־y ← מציבים $x = 0$

נקודת חיתוך

משווים את שתי המשוואות ($y = y$), מוצאים x ואז y.

מקבילים ומאונכים

מאונכים: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

לזכור (לא בנוסחאון): מקבילים – שיפועים **שווים**.

משיק למעגל

לזכור (לא בנוסחאון): המשיק **מאונך לרדיוס** בנקודת ההשקה.

ולכן שיפוע המשיק מתקבל מ־$m_1 \cdot m_2 = -1$.

הנוסחאות מהנוסחאון

נוסחאון • גאומטרייה

שיפוע הישר דרך (x_1, y_1) ו־(x_2, y_2)	$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
משוואת ישר ששיפועו m, דרך (x_1, y_1)	$y - y_1 = m(x - x_1)$
אמצע הקטע AB	$x_M = \dfrac{x_1 + x_2}{2},\quad y_M = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$
המרחק בין A ל־B	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
ישרים מאונכים	$m_1 \cdot m_2 = -1$
מעגל שמרכזו (a, b) ורדיוסו R	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
הזווית החדה בין $y = mx + b$ לציר ה־x	$\tan\alpha = m$

שיטת הפתרון – מה מבקשים ומה עושים

מבקשים	עושים
משוואת ישר	שיפוע (משתי נקודות, או מקביל / מאונך) + נקודה ← $y - y_1 = m(x - x_1)$
נקודת חיתוך	משווים את שני הישרים
קודקוד חסר במקבילית / קוטר	אמצע קטע – משוואה לכל שיעור
אורך צלע / רדיוס	נוסחת המרחק
משוואת מעגל	מרכז + רדיוס (מרחק מהמרכז לנקודה על המעגל)
משיק בנקודה A	שיפוע הרדיוס ← שיפוע מאונך ← ישר דרך A
זווית במשולש ישר זווית	אורכי צלעות + $\tan$ / $\cos$ / $\sin$

תמיד לסמן את הנתונים על הסרטוט – הוא מראה איזו נקודה על איזה ציר.

שאלת בגרות פתורה – ישר ומעגל (א)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4

מרכז המעגל M על ציר ה־x. הנקודה A על המעגל, והמשך MA חותך את ציר ה־y ב־B.

נתון: $A(-16,6),\ B(0,18)$

א1 משוואת הישר AB:

$$m=\frac{18-6}{0-(-16)}=\frac{12}{16}=0.75$$

$$y=0.75x+18$$

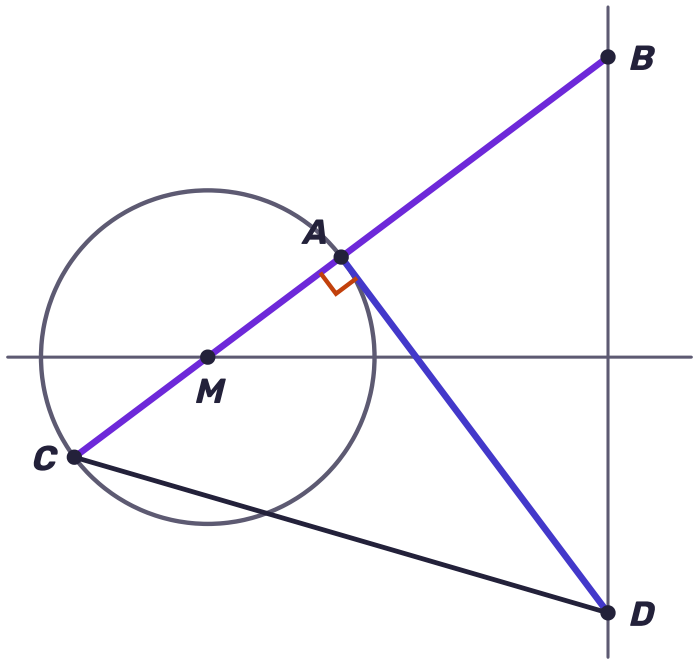
א2 משוואת המעגל.

M על הישר וגם על ציר ה־x, ולכן נציב בישר $y=0$:

$$0=0.75x+18\ \Rightarrow\ M(-24,0)$$

$$R^2=(-16+24)^2+6^2=100$$

$$(x+24)^2+y^2=100$$



שאלת בגרות פתורה – משיק וקוטר (ב, ג)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4

ב המשיק בנקודה A חותך את ציר ה־y ב־D. מצאו את D.

המשיק מאונך לרדיוס MA, ששיפועו $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4}\cdot m=-1 \;\Rightarrow\; m=-\frac{4}{3}$$

$$y-6=-\frac{4}{3}(x+16)$$

על ציר ה־y: נציב $x=0$

$$y=6-\frac{64}{3}=-15\tfrac{1}{3}$$

$$D\left(0,-15\tfrac{1}{3}\right)$$

ג AC קוטר. הראו כי $BD=CD$.

M אמצע הקוטר AC:

$$\frac{-16+x_C}{2}=-24 \;\Rightarrow\; x_C=-32$$

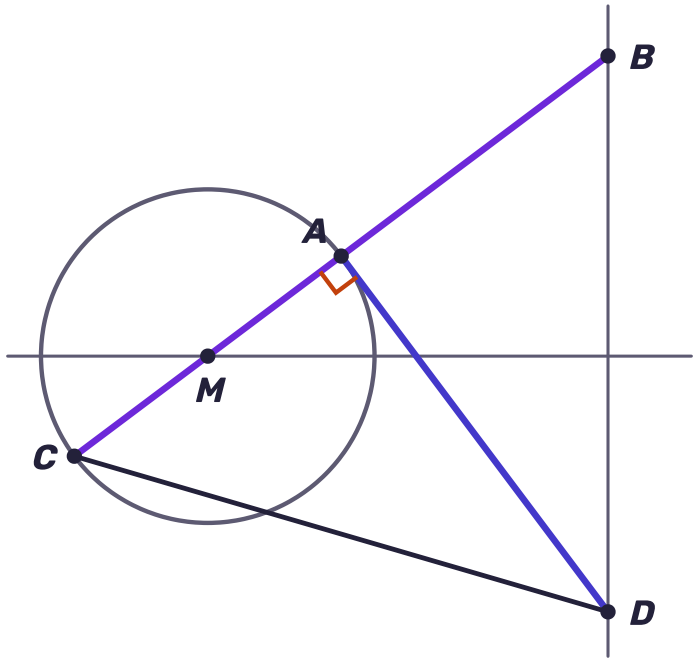
$$\frac{6+y_C}{2}=0 \;\Rightarrow\; y_C=-6$$

$$BD=18+15\tfrac{1}{3}=33\tfrac{1}{3}$$

$$CD=\sqrt{32^2+\left(-15\tfrac{1}{3}+6\right)^2}=\sqrt{\frac{10000}{9}}=33\tfrac{1}{3}$$

שאלת בגרות פתורה – זווית ושטח (ד, ה)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 4



ד חשבו את הזווית ABD.

משיק מאונך לרדיוס ← $\angle BAD = 90^\circ$.

$$AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$$

$$\cos\angle ABD = \frac{AB}{BD} = \frac{20}{33\frac{1}{3}} = 0.6$$

$$\angle ABD \approx 53.13^\circ$$

ה K על CD, ושטח המשולש MCK הוא 90. מצאו את CK.

במשולש שווה השוקיים BCD זוויות הבסיס שוות, ולכן:

$$\angle MCK = \angle ABD,\quad MC = R = 10$$

$$S = \frac{1}{2}\cdot 10 \cdot CK \cdot \sin 53.13^\circ = 4 \cdot CK$$

$$4 \cdot CK = 90 \;\Rightarrow\; CK = 22.5$$

עוד שאלת בגרות – ישר מאונך וחיתוך (א, ב, ג)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 5

טרפז $ABCD$ שבו $AD \parallel BC$.
הקודקוד B על החלק השלילי של ציר ה־x.
נתון: $A(0,4),\ AB=5,\ \angle ABC=90^\circ$
משוואת האלכסון AC היא $y=-\frac{1}{3}x+4$

א

$$\sqrt{(b-0)^2+(0-4)^2}=5 \ \Rightarrow\ b^2=9$$

B בחלק השלילי $\leftarrow$ $B(-3,0)$

ב $BC \perp AB$:

$$m_{AB}=\frac{4-0}{0+3}=\frac{4}{3} \ \Rightarrow\ m_{BC}=-\frac{3}{4}$$

$$y=-\frac{3}{4}(x+3)=-\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}$$

ג את C מוצאים בהשוואת שני הישרים:

$$-\frac{3}{4}x-\frac{9}{4}=-\frac{1}{3}x+4 \ \Rightarrow\ x=-15$$

$$C(-15,9),\quad BC=\sqrt{12^2+9^2}=15$$

עוד שאלת בגרות – דמיון ויחס שטחים (ד, ה)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 5

האלכסונים נחתכים ב־M, ונתון $AD = 3$.

ד הוכיחו: $\triangle DMA \sim \triangle BMC$

1. $\angle DAM = \angle BCM$ – זוויות מתחלפות ($AD \parallel BC$).
2. $\angle AMD = \angle CMB$ – זוויות קודקודיות.

לכן המשולשים דומים (ז.ז.).

ה פי כמה שטח BMC גדול משטח DMA?

$$k = \frac{BC}{AD} = \frac{15}{3} = 5$$

לזכור (לא בנוסחאון): יחס השטחים של משולשים דומים = k^2.

$$\frac{S_{BMC}}{S_{DMA}} = 5^2 = 25$$

פי 25

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. בשיפוע – אותו סדר במונה ובמכנה: $y_2 - y_1$ עם $x_2 - x_1$.
2. שיפוע מאונך: הופכים **וגם** משנים סימן ($\frac{3}{4} \to -\frac{4}{3}$).
3. במשוואת מעגל הסימן מתהפך: $M(-24, 0) \Rightarrow (x + 24)^2$
4. R^2 ולא R באגף ימין.
5. משתי תשובות – בוחרים לפי הנתון (רביע, חלק שלילי של ציר).
6. „הראו כי" – מחשבים את **שני** הצדדים עד הסוף.

בדיקה עצמית

נתון: $A(1,2),\ B(5,10)$

1. מצאו את שיפוע AB ואת משוואת הישר.
2. מצאו את אמצע הקטע AB ואת אורכו.
3. מהו שיפוע ישר המאונך ל־AB?
4. כתבו את משוואת המעגל שקוטרו AB.

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $m = \dfrac{10-2}{5-1} = \mathbf{2}$

$y - 2 = 2(x-1) \ \Rightarrow\ \mathbf{y = 2x}$

2. אמצע: $\mathbf{(3,6)}$

$d = \sqrt{4^2+8^2} = \sqrt{80} \approx \mathbf{8.94}$

3. $2 \cdot m = -1 \ \Rightarrow\ \mathbf{m = -\frac{1}{2}}$

4. המרכז: $(3,6)$

$R^2 = (1-3)^2 + (2-6)^2 = 20$

$\mathbf{(x-3)^2 + (y-6)^2 = 20}$